

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS POR AJUSTE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA A PARTIR DE MODELOS ESTRITAMENTE PRÓPRIOS

ROBERTO ADES*, BRUNO P. SILVEIRA*, MARCELO A. OLIVEIRA*

**Instituto Militar de Engenharia - IME
Seção de Engenharia Elétrica
Praça General Tibúrcio, 80 - Urca
CEP 22290-270 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil*

Emails: rades@ime.eb.br, bpinhosilveira@yahoo.com.br, oliveira.marceloa@gmail.com

Abstract— This work presents a frequency response identification method to determine the transfer function of a physical system. The poles and zeros are analytically computed in an optimal way based on a quadratic cost function. A set of strictly proper estimated models is explicitly computed. The best estimated model is chosen based on the lowest frequency response error. Two numerical examples are used to illustrate the proposed method. The first one is an academic example with a sixth order transfer function. In the second, the model of the magnetic levitator from IME's Control Laboratory is identified. In some cases, balanced model reduction techniques may be employed, in order to reach a low order representation, without compromising the identified dynamics.

Keywords— Identification, frequency response, generator sets, *FFT*, model reduction.

Resumo— Este trabalho apresenta uma metodologia para identificação da função de transferência de um sistema físico, baseada no ajuste da resposta em frequência medida. Os pólos e zeros são calculados analiticamente e de maneira ótima, segundo uma função custo de norma quadrática. Um conjunto de modelos estimados estritamente próprios são explicitamente calculados. Escolhe-se o melhor modelo baseado em um critério de erro de resposta em frequência. Dois exemplos numéricos são usados para ilustrar o método proposto. O primeiro é um exemplo acadêmico cuja função de transferência identificada é de sexta ordem. No segundo, o modelo do levitador magnético do Laboratório de Controle do IME é identificado. Em alguns casos, a redução de ordem de modelos por realização balanceada pode ser empregada, com a finalidade de tornar a representação mais simples, sem comprometer a dinâmica identificada.

Palavras-chave— Identificação, resposta em frequência, conjuntos geradores, *FFT*, redução de modelo.

1 Introdução

As técnicas de identificação são ferramentas numéricas alternativas à modelagem convencional que, em muitos casos, torna-se inviável devido à complexidade física da planta. Um bom modelo é aquele que consegue representar a dinâmica do sistema satisfatoriamente sem apresentar uma complexidade matemática excessiva. Geralmente, a obtenção do modelo é o ponto de partida para as aplicações de síntese de controle, que permitirão modificar o comportamento do sistema em malha fechada no sentido de atender a requisitos de robustez em estabilidade e desempenho.

É possível realizar a identificação de modelos no domínio do tempo ou da frequência. No primeiro (Carvalho, 2000) (Macedo, 2001), sinais conhecidos são aplicados na entrada do sistema e as saídas correspondentes são medidas. A quantidade de medições e a taxa de amostragem considerada devem ser definidas de maneira que as informações relevantes do sistema possam ser capturadas. A determinação do modelo para o sistema sob teste é feita por meio da minimização de um critério de erro, também chamado de função custo. No domínio da frequência, os procedimentos computacionais utilizam dados relativos às respostas frequenciais do sistema. As duas formas de identificação apresentam resultados bastante eficientes,

porém (Pintelon et al., 1994) mostra algumas vantagens deste último grupo: maior facilidade no tratamento do ruído, redução do volume de dados, dispensa da necessidade de estimação do estado inicial e fácil validação do modelo. Em diversas abordagens do problema de identificação, observa-se sempre a preocupação em obter soluções analíticas, o que normalmente só é possível em alguns problemas convexos nas variáveis de decisão.

Na metodologia apresentada em (Ades e Silveira, 2006), aumenta-se gradativamente a ordem do modelo estimado, de maneira que o ajuste entre as respostas em frequência do sistema e a do modelo se aproximem gradativamente segundo um critério bem definido. Na nova metodologia proposta, para cada ordem do modelo estimado, varia-se também a ordem do polinômio do numerador da função estimada, o que equivale a atribuir valores nulos para alguns dos coeficientes do polinômio do numerador, obrigando que a função estimada seja estritamente própria. Assim, na metodologia proposta, obtém-se uma família de modelos dos quais um é escolhido para representar a dinâmica do sistema analisado. Esta escolha baseia-se no compromisso entre o erro de ajuste e a complexidade matemática. O ajuste do modelo é realizado a partir da resposta em frequência da planta, que pode ser obtida medindo-se a resposta para cada frequência a partir da injeção de sinais

senoidas, ou ainda, obtida através da aplicação da *FFT* nos sinais de entrada e nas correspondentes saídas da planta.

2 O Problema

O problema abordado consiste em determinar a função de transferência (FT) de um sistema do tipo caixa-preta, onde suas entradas e saídas são sinais contínuos no tempo. Admite-se que esse sistema seja linear ou possa ser linearizado em torno de seu ponto de operação. Consideram-se apenas os sistemas SISO (uma entrada e uma saída). A idéia principal para a extensão ao caso MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas) linear consiste na aplicação da metodologia em cada elemento da matriz de transferência do sistema sob teste, considerando individualmente cada par entrada-saída. Assim, a extensão para o caso multivariável pode ser feita às custas do aumento do tempo de processamento computacional.

A metodologia proposta foi subdividida em três partes. A primeira consiste em obter a resposta em frequência do sistema, $G(j\omega)$, para um conjunto arbitrário de frequências, $\underline{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m]^T$, numa determinada faixa de interesse. Na segunda parte, procura-se estimar uma FT biprópria, $G_e^n(s)$, com ordem n previamente escolhida, e os modelos estritamente próprios de mesma ordem. Aquele que melhor se ajustar ao diagrama de resposta em frequência levantado na primeira parte é escolhido. A terceira parte consiste na validação e verificação da possibilidade de redução da ordem do modelo estimado via realização balanceada.

Admite-se que a FT racional estimada de ordem n , $G_e^n(s)$, possa ser escrita como:

$$G_e^n(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} \quad (1)$$

onde $N(\underline{\alpha}, s)$ e $D(\underline{\beta}, s)$ são polinômios em s .

Define-se o critério de erro $J(\underline{\theta})$, baseado em norma quadrática:

$$J(\underline{\theta}) = \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2 \quad (2)$$

sendo $N(\underline{\alpha}, j\omega)$ e $D(\underline{\beta}, j\omega)$ as respostas em frequência do numerador e do denominador de $G_e^n(s)$ e $\underline{\theta} = [\underline{\alpha}^T \quad \underline{\beta}^T]^T$ o vetor de parâmetros em (4) a ser determinado. Em outras palavras, deseja-se calcular os pólos e zeros de $G_e^n(s)$ (parâmetros $\underline{\beta}$ de $D(s)$ e $\underline{\alpha}$ de $N(s)$) de maneira que a função custo em (2) seja minimizada e possa ser utilizada como critério para determinar uma aproximação adequada de $G(j\omega)$.

O problema tratado na segunda parte já foi abordado em outros trabalhos. Em (Wulhynek e Ades, 2003) foi apresentada uma metodologia baseada em Conjuntos Geradores Otimizados (CGO) e métodos numéricos de otimização. Em

(Ades e Valle, 2005), foi apresentado um método semi-analítico de ajuste da FT estimada através da imposição de pólos. Outra abordagem foi apresentada em (Ades e Silveira, 2006) e sua vantagem foi a possibilidade de obter modelos bem ajustados e com tempo de processamento computacional relativamente reduzido. Os pólos e zeros são calculados de maneira analítica e ótima, segundo o critério em (2), viabilizando a utilização da metodologia em aplicações em tempo real.

A vantagem dessa nova abordagem proposta, em relação a última citada, é a possibilidade de obter modelos com custos relativamente menores, para casos em que os dados de resposta em frequência estejam melhores ajustados por funções estritamente próprias. Os modelos estritamente próprios deveriam surgir naturalmente quando da solução do sistema de equações lineares. Entretanto, na prática, alguns dos coeficientes do modelo que deveriam se anular na resolução do sistema acabam aproximados por números pequenos, acarretando imprecisões numéricas nos demais coeficientes calculados.

3 A Metodologia Proposta

Conforme mencionado, a metodologia de identificação é subdividida em três partes: i) obtenção da resposta em frequência do sistema, ii) determinação de um modelo estimado segundo o critério descrito por (2) e iii) validação e verificação da possibilidade de redução da ordem do modelo via realização balanceada.

A expansão de $G_e^n(s)$ deve contemplar funções racionais estritamente próprias e bipróprias, permitindo obter modelos que possuam pólos múltiplos e/ou complexos conjugados. Para tanto, a representação das funções estimadas adotará uma expansão sob a forma de conjuntos geradores:

$$\begin{aligned} G_e^n(\underline{\theta}, s) &= \sum_{i=0}^n \alpha_i P_i(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} \quad (3) \\ &= \frac{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n} \end{aligned}$$

onde $P_i(s) = \frac{s^{n-i}}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n}$ e

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} &= [\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_n]^T \in \mathbb{R}^{n+1}, \\ \underline{\beta} &= [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_n]^T \in \mathbb{R}^n, \\ \underline{\theta} &= [\underline{\alpha}^T \quad \underline{\beta}^T]^T \in \mathbb{R}^{2n+1}. \end{aligned} \quad (4)$$

O coeficiente do termo s^n do denominador é escolhido como $\beta_0 = 1$, tendo em vista a possibilidade de simplificação de $G_e^n(\underline{\theta}, s)$ e a vantagem de estimação de um parâmetro a menos. Arbitrada a ordem n , estabelece-se o seguinte problema de otimização com $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^{2n+1}$:

$$\min_{\underline{\theta}} J(\underline{\theta}) = \min_{\underline{\theta}} \|D(\underline{\beta}, j\omega)G(j\omega) - N(\underline{\alpha}, j\omega)\|_2 \quad (5)$$

A Figura 1 apresenta um diagrama em blocos da metodologia proposta, onde a variável n_alfa representa o número de coeficientes do numerador do modelo. Uma vez determinada a resposta em frequência da planta, o algoritmo segue para o cálculo do modelo. O método determina analiticamente os pólos e zeros de maneira ótima, minimizando o custo em (5). Aumenta-se gradativamente a ordem do modelo estimado até um valor máximo $nmax$ previamente estabelecido e varia-se o grau relativo do modelo para cada ordem através da variável n_alfa . Dessa forma, obtém-se uma família de modelos, cuja escolha do mais adequado é baseada no compromisso entre a precisão necessária para se representar o comportamento da planta e a complexidade matemática desejada para o modelo. Por fim, verifica-se a possibilidade de redução da ordem dos modelos por realização balanceada, através da análise dos valores singulares de Hankel e submete-se o modelo à validação. Os blocos da Figura 1 são discutidos mais detalhadamente nas seções a seguir.

3.1 Determinação da Resposta em Frequência

Parte-se da observação e da medição dos sinais de entrada $u(t)$ e de saída $y(t)$ do sistema sob análise, através do uso de placas A/D (analogicas-digitais). O levantamento da curva de resposta em frequência do sistema sob estudo é obtido a partir da aplicação da FFT sobre um par de sinais de entrada $u(kT)$ e saída $y(kT)$ com $k = 1, 2, \dots$, onde T é o período de discretização adotado. Para plantas instáveis, é necessário que o sistema seja previamente estabilizado, a fim de viabilizar as medições necessárias. Conhecendo-se a dinâmica do controlador, pode-se extrair o modelo em malha aberta a partir dos dados medidos em malha fechada. A aplicação da FFT já foi abordada por diversos autores (Ninness, 1996) (Pintelon et al., 1997) (Aguirre, 2007), não sendo o foco deste trabalho. Uma das vantagens do emprego da FFT consiste na possibilidade de levantar a resposta em frequência sem que haja interferência na operação do sistema.

A resposta em frequência pode ser calculada como:

$$U(j\omega) = FFT[u(kT)]; Y(j\omega) = FFT[y(kT)]$$

$$G(j\omega_i) = \frac{Y(j\omega_i)}{U(j\omega_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

3.2 Cálculo dos Pólos e Zeros

Para o cálculo da posição ótima dos pólos e zeros, segundo o critério (2), as FTs estimadas serão geradas pela seguinte expansão:

$$G_e^n(\underline{\theta}, s) = \sum_{i=0}^n \alpha_i P_i(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} \quad (7)$$

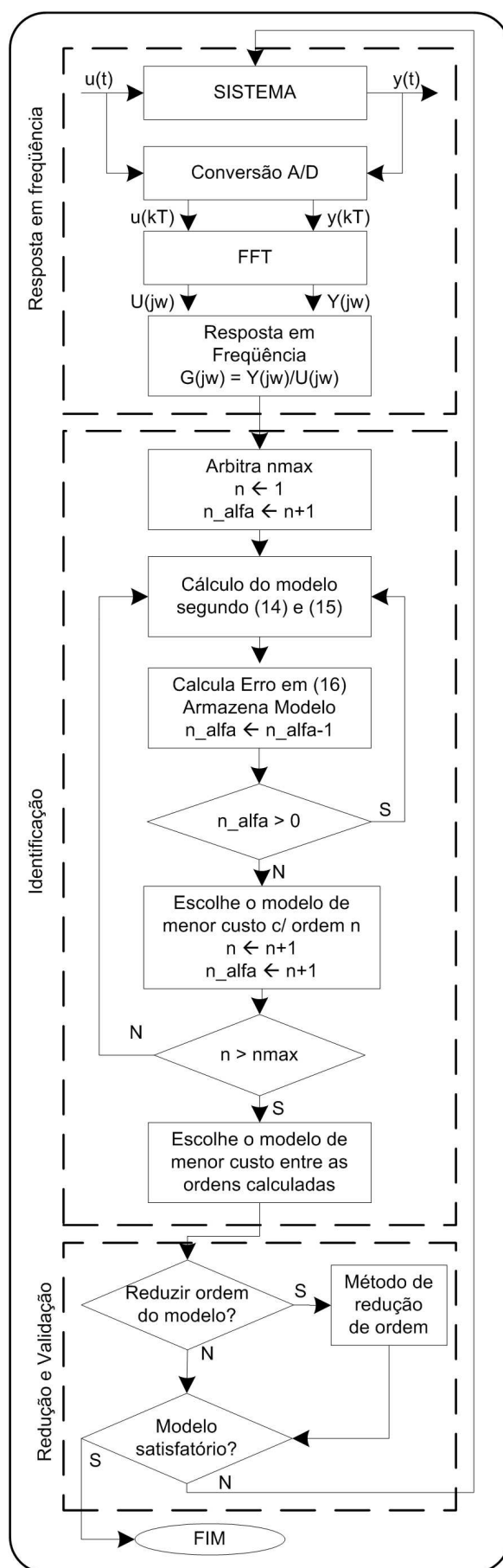


Figure 1: Diagrama em blocos da metodologia proposta.

considerando a família de modelos em (3) e (4). Partindo da função custo em (2):

$$\begin{aligned} J(\underline{\theta}) &= \|D(\underline{\beta}, j\underline{\omega})G(j\underline{\omega}) - N(\underline{\alpha}, j\underline{\omega})\|_2 \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^m |D(\underline{\beta}, j\omega_i)G(j\omega_i) - N(\underline{\alpha}, j\omega_i)|^2}, \end{aligned}$$

ou ainda

$$J^2(\underline{\theta}) = \sum_{i=1}^m \Psi(j\omega_i)\Psi^*(j\omega_i) \quad (8)$$

com $\Psi(j\omega_i) = D(\underline{\beta}, j\omega_i)G(j\omega_i) - N(\underline{\alpha}, j\omega_i)$.

Esse problema, quadrático no vetor de parâmetros $\underline{\theta}$, é convexo nas variáveis $\underline{\alpha}$ e $\underline{\beta}$ (Bazaara e Shetty, 1993) e pode ser solucionado calculando $\underline{\alpha}_{min}$ e $\underline{\beta}_{min}$ de maneira que:

$$\begin{aligned} \nabla J^2(\underline{\theta}) &= \left(\frac{\partial J^2}{\partial \alpha_0}, \frac{\partial J^2}{\partial \alpha_1}, \dots, \frac{\partial J^2}{\partial \alpha_n}, \frac{\partial J^2}{\partial \beta_1}, \dots, \frac{\partial J^2}{\partial \beta_n} \right)^T \\ &= [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \end{aligned} \quad (9)$$

Derivando parcialmente (8) em relação a $\underline{\theta}$, de acordo com (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^2}{\partial \theta_p} &= \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial \Psi(j\omega_i)}{\partial \theta_p} \Psi^*(j\omega_i) + \Psi(j\omega_i) \frac{\partial \Psi^*(j\omega_i)}{\partial \theta_p} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

As derivadas parciais de $\Psi(j\omega_i)$ em relação a α_k e β_l resultam em:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi(j\omega_i)}{\partial \alpha_k} &= -(j\omega_i)^{n-k} = -R_{n-k} \\ \frac{\partial \Psi(j\omega_i)}{\partial \beta_l} &= (j\omega_i)^{n-l} G(j\omega_i) = R_{n-l} G \end{aligned} \quad (11)$$

para $k \in \{0, 1, \dots, n\}$; $l \in \{1, 2, \dots, n\}$, sendo R_n e G funções de $(j\omega_i)$.

Substituindo (11) em (10) e realizando algumas manipulações algébricas, chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^2}{\partial \alpha_k} &= \sum_{i=1}^m 2Re[R_{n-k}(j\omega_i)N^*(\underline{\alpha}, j\omega_i) + \\ &\quad -R_{n-k}(j\omega_i)G^*(j\omega_i)D^*(\underline{\beta}, j\omega_i)] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^2}{\partial \beta_l} &= \sum_{i=1}^m 2Re[R_{n-l}(j\omega_i)G(j\omega_i)N^*(\underline{\alpha}, j\omega_i) + \\ &\quad -R_{n-l}(j\omega_i)G(j\omega_i)G^*(j\omega_i)D^*(\underline{\beta}, j\omega_i)] \end{aligned} \quad (13)$$

onde $Re[\cdot]$ representa a parte real do argumento.

De acordo com (9), $\frac{\partial J^2}{\partial \alpha_k} = 0$ e $\frac{\partial J^2}{\partial \beta_l} = 0$. Igualando (12) e (13) a zero e manipulando-os algebricamente, chega-se a um sistema de equações lineares da forma $Q\underline{\theta} = Y$, onde os termos independentes são aqueles correspondentes ao coeficiente β_0 . A matriz dos coeficientes, Q , e o vetor Y têm tratamento computacional mais fácil se analisados de maneira particionada. Assim:

$$\begin{bmatrix} Q_1 & \vdots & Q_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_3 & \vdots & Q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\alpha} \\ \underline{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

onde $Q_j = \sum_{i=1}^m Re[M_j]$ para $j \in \{1, 2, 3, 4\}$, $Y_1 = \sum_{i=1}^m Re[A]$, $Y_2 = \sum_{i=1}^m Re[B]$, com

$$M_1 = \begin{bmatrix} R_n R_n^* & R_n R_{n-1}^* & \dots & R_n R_0^* \\ R_{n-1} R_n^* & R_{n-1} R_{n-1}^* & \dots & R_{n-1} R_0^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_0 R_n^* & R_0 R_{n-1}^* & \dots & R_0 R_0^* \end{bmatrix}$$

$$M_2 = -M_1(:, 2:n+1)G^*$$

$$M_3 = M_1(2:n+1, :)G$$

$$M_4 = -M_1(2:n+1, 2:n+1)G^*G$$

$$A = \begin{bmatrix} R_n R_n^* G^* \\ R_{n-1} R_n^* G^* \\ \vdots \\ R_0 R_n^* G^* \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} R_{n-1} R_n^* G^* G \\ R_{n-2} R_n^* G^* G \\ \vdots \\ R_0 R_n^* G^* G \end{bmatrix}$$

Os termos $M_1(:, 2:n+1)$ e $M_1(2:n+1, :)$ são submatrizes da matriz M_1 excluindo-se a primeira coluna e a primeira linha, respectivamente. Os argumentos das expressões anteriores foram simplificados, mas todos são funções de $(j\omega_i)$.

3.3 Cálculo de Modelos Estritamente Próprios

Os modelos estritamente próprios da forma:

$$G_e^n(\underline{\theta}^k, s) = \frac{\alpha_k s^{n-k} + \alpha_{k+1} s^{n-k-1} + \dots + \alpha_n}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_n}$$

podem ser obtidos diretamente do equacionamento desenvolvido na seção 3.2. Nesse caso, as matrizes Q e Y em (14) devem ser alteradas convenientemente como:

$$\begin{aligned} Q^k &= Q(k+1:2n+1, k+1:2n+1) \\ Y^k &= Y(k+1:2n+1) \end{aligned}$$

onde $k \in \{1, 2, \dots, n\}$. O sistema de equações lineares a ser resolvido é:

$$Q^k \underline{\theta}^k = Y^k \quad (15)$$

onde $\underline{\theta}^k = [\alpha_k \ \alpha_{k+1} \ \dots \ \alpha_n \ \beta_1 \ \dots \ \beta_n]^T \in \mathbb{R}^{2n-k+1}$

3.4 Redução e Validação do Modelo

De posse da família de modelos estimados, faz-se a análise de seus valores singulares de Hankel e, de acordo com o resultado, aplica-se a técnica de redução de modelos via truncamento balanceado (Zhou, 1996). O procedimento restringe-se à simples aplicação da técnica, amplamente difundida na literatura de controle. O passo seguinte visa qualificar o modelo estimado $G_e^n(s)$ e classificá-lo em satisfatório ou não. Em (Ljung, 1999), alguns métodos de validação são apresentados.

4 Exemplos de Aplicação

São apresentadas duas aplicações do método proposto. Primeiramente, utiliza-se o método num sistema acadêmico, cujos dados de resposta em frequência são obtidos a partir de uma FT conhecida. Em seguida, a metodologia de identificação é aplicada num sistema real, o levitador magnético instalado no Laboratório de Controle do IME.

Para efeito de determinação do custo de ajuste nas tabelas a seguir, considera-se o seguinte critério:

$$J = \|G(j\omega) - G_e^n(j\omega)\|_2 \quad (16)$$

4.1 Exemplo Acadêmico

Os dados de resposta em frequência são gerados por uma FT estritamente própria, de 6ª ordem e fase não-mínima. Os coeficientes do numerador e do denominador estão apresentados na Tabela 1. Na Tabela 2 encontram-se os custos de ajuste dos modelos estimados com ordens variando de 1 a 10 e os graus relativos dos modelos calculados. A Figura 3 apresenta as curvas de respostas em frequência dos modelos estimados com ordens 5 e 6, obtidos pelo algoritmo proposto, comparativamente com os dados de resposta em frequência $G(j\omega)$ empregados.

Table 1: Coeficientes de $G(s)$.

Grau em s	Numerador	Denominador
s^6	—	1,00
s^5	—	49,00
s^4	—	1093,25
s^3	—	23257,00
s^2	10000	269061,25
s^1	-40000	1368350,00
s^0	-50000	3001875,00

Table 2: Custos J de ajuste dos modelos.

Ordem	Grau Relativo	Custo de ajuste J
1	0	$9,212500 \times 10^{-1}$
2	2	$9,086300 \times 10^{-1}$
3	0	$1,345400 \times 10^{-1}$
4	0	$2,497300 \times 10^0$
5	3	$1,326200 \times 10^{-1}$
6	3	$1,154040 \times 10^{-13}$
7	0	$6,960026 \times 10^{-13}$
8	3	$1,164059 \times 10^{-13}$
9	4	$1,297776 \times 10^{-13}$
10	4	$5,303681 \times 10^{-13}$

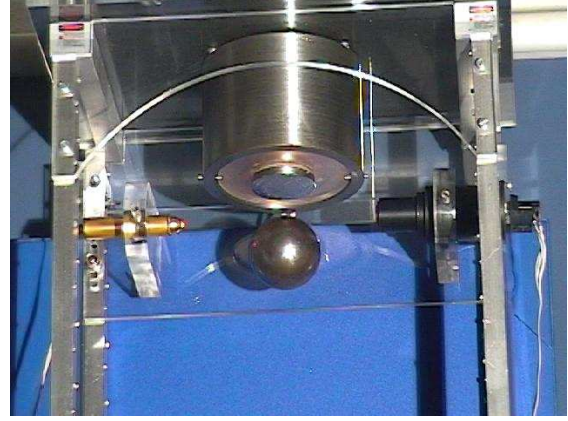


Figure 2: Detalhe do Levitador Magnético do IME

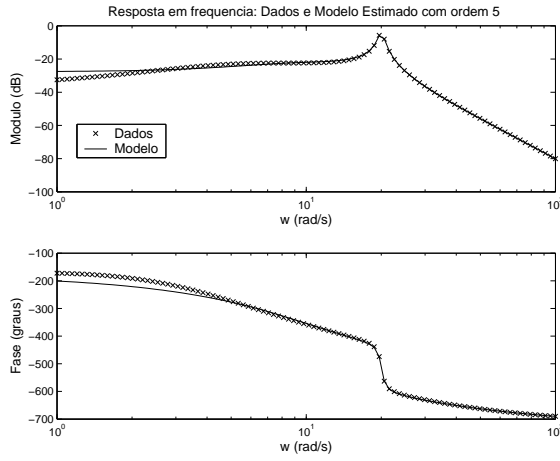
4.2 Levitador Magnético

O Levitador Magnético (Figura 2) é um sistema que consiste em manter suspensa uma esfera de aço, através de uma força magnética que se opõe à força peso provocada pelo campo gravitacional da terra. Devido à instabilidade inerente ao sistema, realiza-se a identificação em malha fechada, isto é, com o sistema previamente estabilizado. A obtenção da curva de resposta em frequência seguiu o procedimento descrito na seção 3.1. Foi necessário realizar uma filtragem dos dados medidos, de maneira a diminuir o efeito do ruído e melhorar a qualidade da resposta em frequência. O procedimento detalhado foi descrito por (Wulhynek, 2002). A Tabela 3 compara os custos calculados pela técnica proposta e aqueles apresentados em (Ades e Silveira, 2006). A Figura 4 mostra a resposta em frequência do modelo estimado de ordem 4, obtida pelo algoritmo proposto, comparativamente à resposta em frequência medida $G(j\omega)$.

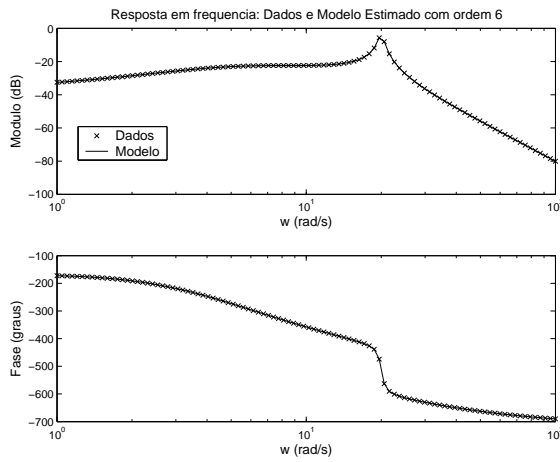
5 Conclusões

Neste artigo, apresentou-se um aperfeiçoamento numa metodologia de identificação recentemente publicada. A principal contribuição consiste na possibilidade de impor a estimação de modelos estritamente próprios, escolhendo-se aquele que melhor se ajusta aos dados fornecidos. Entre as vantagens do método aperfeiçoado, destacam-se: i) cálculo analítico das posições ótimas dos pólos e zeros do modelo estimado, considerando a ordem arbitrada, o critério de ajuste e o número de zeros do modelo; ii) tempo relativamente baixo de processamento computacional; iii) possibilidade de emprego em tempo real do algoritmo para obtenção de modelos; iv) possibilidade de identificação sem interferência na operação do sistema.

Observou-se no exemplo acadêmico que os novos modelos podem ter seus custos diminuídos para valores inferiores a 10% daqueles calculados pela metodologia original. Na realidade,



(a)



(b)

Figure 3: Respostas em frequência dos modelos estimados comparativamente com os dados empregados utilizados: (a) $G_e^5(j\omega)$, (b) $G_e^6(j\omega)$.

a melhora no custo de ajuste está associada à diminuição dos erros numéricos na resolução do sistema de equações lineares ao se eliminar determinados parâmetros. No exemplo utilizando o Levitador Magnético do Laboratório de Controle do IME, a diminuição do custo foi mais modesta, mas ainda assim foi satisfatória.

Table 3: Custos de $G_e^n(s)$ pelo método proposto (J_1) e por (Ades e Silveira, 2006) (J_2).

Ordem	Grel	$J_1 \times (10^{-1})$	$J_2 \times (10^{-1})$
4	1	11,34498	12,21107
6	2	9,04470	9,07029
7	1	8,70521	8,78600
9	0	7,45480	7,45480

References

Ades, R. e Silveira, B. P. (2006). Identificação de sistemas por ajuste da frequência utilizando conjuntos geradores otimizados, *XVI CBA*.

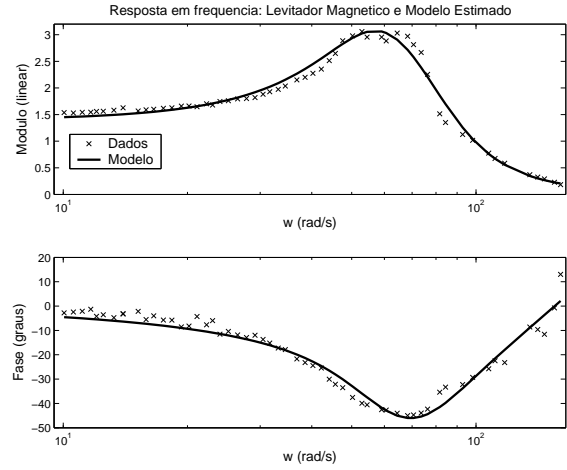


Figure 4: Respostas em frequência do modelo estimado $G_e^4(j\omega)$ e do Levitador Magnético $G(j\omega)$.

Ades, R. e Valle, R. C. (2005). Identificação de sistemas no domínio da frequência por conjuntos pré-selecionados via imposição de pólos, *VII SBAI*.

Aguirre, L. A. (2000). *Introdução à Identificação de Sistemas*, Editora UFMG, Belo Horizonte.

Bazaara, S. e Shetty (1993). *Nonlinear Programming Theory and Algorithms*, 2 edn, John Wiley and Sons.

Carvalho, M. R. L. (2000). *Controle PID de lantas Identificadas via Parâmetros de Markov*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*, 2nd. edn, Prentice Hall, New Jersey.

Macedo, R. B. S. (2001). *Identificação de Sistemas usando Conjuntos Geradores Otimizados*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Ninness, B. (1996). Frequency domain estimation using orthonormal bases, *Proceedings of 13th IFAC World Congress, San Francisco, USA*.

Ninness, B. (1998). A stochastic approach to linear estimation in h_∞ , *Automatica* **34**(4): 405–414.

Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Schoukens, J. e Van Hamme, H. (1994). Parametric identification of transfer functions in frequency domain - a survey, *IEEE Trans on Automatic Control* **39**(11): 2245–2260.

Pintelon, R., Schoukens, J. e Vandersteen, G. (1997). Frequency domain system identification using arbitrary signals, *IEEE Trans on Automatic Control* **42**(12): 1717–1720.

Wulhynek, S. P. (2002). *Identificação de Sistemas no Domínio da Frequência utilizando Conjunto Gerador Otimizado*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia.

Wulhynek, S. P. e Ades, R. (2003). Identificação de sistemas no domínio da frequência utilizando conjuntos geradores otimizados, *III SNCA, Salvador, Brasil*, **1**(1): 80–85.

Zhou, K. (1996). *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, New Jersey.